ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΤΡΙΤΗ 02/06/2026

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Έστω $x_1, x_2, \ldots, x_\kappa$ οι τιμές μίας μεταβλητής Χ ενός δείγματος μεγέθους ν, όπου κ, ν μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με $\kappa \leq \nu$. Για τη σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i, $i = 1, 2, \ldots, \kappa$ να αποδείξετε ότι:

$$f_1 + f_2 + \cdots + f_\kappa = 1$$

Μονάδες 6

Α2. Να διατυπώσετε τον ορισμό της διαμέσου (δ) ενός δείγματος ν παρατηρήσεων.

Μονάδες 4

Α3. Έστω μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το Α και Β το σύνολο των $x \in A$, στα οποία η f είναι παραγωγίσιμη. Πώς ορίζεται η συνάρτηση της πρώτης παραγώγου της f;

Μονάδες 5

Α4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Το εύρος θεωρείται αξιόπιστο μέτρο διασποράς.

β. Αν για μία συνάρτηση f ισχύουν $f'(x_0) = 0$ για $x_0 \in (\alpha, \beta)$, $f'(x) > 0$ στο (α, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0, β), τότε η f παρουσιάζει στο διάστημα (α, β) μέγιστο στη θέση $x = x_0$.

γ. Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μίας ποιοτικής μεταβλητής.

δ. Αν $g(x) \neq 0$ τότε $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g(x)}$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΠΑ.Λ
Κεντρικό Διδακτήριο: Βασ. Αμαλίας 1 & Μιλτιάδου, Πλατεία ΗΣΑΠ Αμαρουσίου, 151 22 Μαρούσι
τηλ.-fax: 210 8028560, 210 6129412 • www.exelixi.edu.gr • info@ekpedefsi.gr

ε. Σε ένα ιστόγραμμα συχνοτήτων το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το μέγεθος ν του δείγματος.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1, \quad \text{όπου} \quad x \in \mathbb{R}$$

Β1. Να βρείτε την παράγωγο $f'(x)$.

Μονάδες 4

Β2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία (μον. 6) και να βρείτε το είδος και την τιμή των ακροτάτων (μον. 4).

Μονάδες 10

Β3. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $A(0, f(0))$.

Μονάδες 6

Β4. Να υπολογίσετε το όριο:

$$\lim_{x \to -1} \frac{f'(x)}{x+1}$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Ο αριθμός των βιβλίων που διάβασαν επτά μαθητές στις θερινές διακοπές είναι αντίστοιχα:

$$4, 5, 4, \kappa, 0, 3, 7 \quad \text{όπου } \kappa \text{ φυσικός αριθμός.}$$

Γ1. Αν ο μέσος αριθμός βιβλίων που διάβασαν οι μαθητές είναι $\bar{x} = 4$, να βρείτε τον κ.

Μονάδες 5

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΠΑ.Λ
Κεντρικό Διδακτήριο: Βασ. Αμαλίας 1 & Μιλτιάδου, Πλατεία ΗΣΑΠ Αμαρουσίου, 151 22 Μαρούσι
τηλ.-fax: 210 8028560, 210 6129412• www.exelixi.edu.gr • info@ekpedefsi.gr

Για $\kappa = 5$:

Γ2. Να υπολογίσετε τη διάμεσο του δείγματος.

Μονάδες 4

Γ3. Να υπολογίσετε τη διακύμανση s^2 του δείγματος.

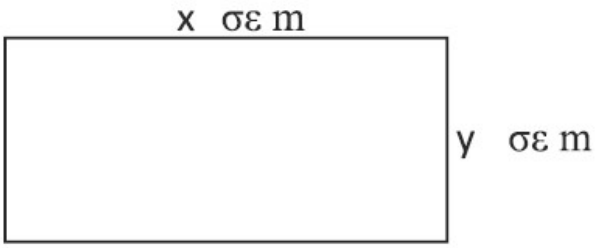
Μονάδες 10

Γ4. Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής CV του δείγματος και να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Στο διπλανό σχήμα απεικονίζεται ένα οικόπεδο σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου, εμβαδού $100\ m^2$.



Δ1. Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του οικοπέδου, ως συνάρτηση του x, δίνεται από τον τύπο

$$\Pi(x) = 2x + \frac{200}{x}, \quad x > 0$$

Μονάδες 5

Δ2. Να εξετάσετε τη μονοτονία της συνάρτησης $\Pi(x)$ (μον. 5) και να αποδείξετε ότι το ορθογώνιο με τη μικρότερη περίμετρο είναι τετράγωνο (μον. 3).

Μονάδες 8

Δ3. Αν x_1, x_2 είναι τιμές της πλευράς του παραπάνω ορθογωνίου με $x_1, x_2 \in (0,10)$ και $x_1 < x_2$, να βρείτε το πρόσημο της παράστασης

$$A = \frac{\Pi(x_1) - \Pi(x_2)}{x_1 - x_2}$$

και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΠΑ.Λ
Κεντρικό Διδακτήριο: Βασ. Αμαλίας 1 & Μιλτιάδου, Πλατεία ΗΣΑΠ Αμαρουσίου, 151 22 Μαρούσι
τηλ.-fax: 210 8028560, 210 6129412• www.exelixi.edu.gr • info@ekpedefsi.gr

Δ4. Να υπολογίσετε το όριο

$$\lim_{x \to 10} \frac{\Pi'(x)}{\sqrt{10x} - 10}$$

Μονάδες 6

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΕΞΕΛΙΞΗ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΕΠΑ.Λ
Κεντρικό Διδακτήριο: Βασ. Αμαλίας 1 & Μιλτιάδου, Πλατεία ΗΣΑΠ Αμαρουσίου, 151 22 Μαρούσι
τηλ.-fax: 210 8028560, 210 6129412• www.exelixi.edu.gr • info@ekpedefsi.gr